

**Рабочая программа учебного предмета
«Практикум решения задач повышенной сложности по математике»**

1. Планируемые результаты освоения учебного предмета

Планируемые личностные результаты освоения ООП

Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к себе, к своему здоровью, к познанию себя:

- ориентация обучающихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;
- принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью.

Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к закону, государству и к гражданскому обществу:

- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;
- интериоризация ценностей демократии и социальной солидарности, готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;
- готовность обучающихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности;
- приверженность идеям интернационализма, дружбы, равенства, взаимопомощи народов; воспитание уважительного отношения к национальному достоинству людей, их чувствам, религиозным убеждениям;
- готовность обучающихся противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии; коррупции; дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам и другим негативным социальным явлениям.

Личностные результаты в сфере отношений обучающихся с окружающими людьми:

- нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей, толерантного сознания и поведения в поликультурном мире, готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;

- способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам; бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью других людей, умение оказывать первую помощь;
- формирование выраженной в поведении нравственной позиции, в том числе способности к сознательному выбору добра, нравственного сознания и поведения на основе усвоения общечеловеческих ценностей и нравственных чувств (чести, долга, справедливости, милосердия и дружелюбия);
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к окружающему миру, живой природе, художественной культуре:

- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- экологическая культура, бережное отношения к родной земле, природным богатствам России и мира; понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, ответственность за состояние природных ресурсов; умения и навыки разумного природопользования, нетерпимое отношение к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;
- эстетическое отношения к миру, готовность к эстетическому обустройству собственного быта.

Личностные результаты в сфере отношений обучающихся к семье и родителям, в том числе подготовка к семейной жизни:

- ответственное отношение к созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни;
- положительный образ семьи, родительства (отцовства и материнства), интериоризация традиционных семейных ценностей.

Личностные результаты в сфере отношения обучающихся к труду, в сфере социально-экономических отношений:

- уважение ко всем формам собственности, готовность к защите своей собственности,
- осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;
- готовность обучающихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;
- потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;

- готовность к самообслуживанию, включая обучение и выполнение домашних обязанностей.

Личностные результаты в сфере физического, психологического, социального и академического благополучия обучающихся:

- физическое, эмоционально-психологическое, социальное благополучие обучающихся в жизни образовательной организации, ощущение детьми безопасности и психологического комфорта, информационной безопасности.

Планируемые метапредметные результаты освоения ООП

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы представлены тремя группами универсальных учебных действий (УУД).

1. Регулятивные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

2. Познавательные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

3. Коммуникативные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты

Элементы теории множеств и математической логики

- Оперировать¹ понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов

Числа и выражения

- Свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;
- приводить примеры чисел с заданными свойствами делимости;

¹ Здесь и далее; знать определение понятия, уметь пояснять его смысл, уметь использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, решении задач.

- оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа e и π ;
- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства;
- находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;
- пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции;
- находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;
- использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;
- выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;
- оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира

Уравнения и неравенства

- Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы;
- использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;
- использовать метод интервалов для решения неравенств;
- использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств;
- изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;
- выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных предметов;
- использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;

– уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи

Функции

– Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;

– оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;

– определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

– строить графики изученных функций;

– описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;

– строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);

– решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

– определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);

– интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;

– определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)

Элементы математического анализа

– Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;

– вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;

– вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;

– исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

– решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.;

– интерпретировать полученные результаты

Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика

- Иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;
- иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;
- иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать подходящие методы представления и обработки данных;
- уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях

Текстовые задачи

- Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;
- выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать практические задачи и задачи из других предметов

Геометрия

- Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;
- применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;
- решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;
- делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников;

- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;
- применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- формулировать свойства и признаки фигур;
- доказывать геометрические утверждения;
- владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);
- находить объемы и площади поверхностей геометрических тел с применением формул;
- вычислять расстояния и углы в пространстве.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний

Векторы и координаты в пространстве

- Оперировать понятиями декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы;
- находить расстояние между двумя точками, сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;
- задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;
- решать простейшие задачи введением векторного базиса

История математики

- Представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;
- понимать роль математики в развитии России

Методы математики

- Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач

2. Содержание программы

10 класс

Нестандартные методы решения алгебраических уравнений.

Умножение уравнения на функцию. Использование симметричности уравнения. Использование суперпозиции функций. Исследование уравнения на промежутках действительной оси. Понижение степени при решении некоторых алгебраических уравнений.

2. Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств

Формулы тригонометрии. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Методы их решения. Период тригонометрического уравнения. Объединение серий решения тригонометрического уравнения, рациональная запись ответа. Аркфункции в нестандартных тригонометрических уравнениях. Тригонометрические уравнения. Преобразование тригонометрических выражений. Тригонометрические неравенства. Применение свойств тригонометрических функций при решении уравнений и неравенств. Тригонометрия в контрольно-измерительных материалах.

3. Уравнения и неравенства, содержащие радикалы, степени.

Возведение в степень при решении иррациональных уравнений, умножение на функцию. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени. Решение смешанных уравнений и неравенств.

4. Решение линейных и квадратных неравенств с параметром.

Решение линейных неравенств с параметром, в том числе с дополнительными условиями. Решение квадратных неравенств с параметром. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром.

11 класс

1. Общие методы решения алгебраических уравнений.

Замена уравнения $h(f(x)) = h(g(x))$ на уравнение $f(x)=g(x)$. Решение уравнения методом разложения на множители. Решение уравнения методом введения новой переменной. Функционально-графический метод. Решение нелинейных уравнений. Метод деления отрезка пополам. Метод касательных. Комбинированный метод хорд и касательных. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Методом Крамера. Методом Гаусса. Метод Зейделя.

2. Уравнения и неравенства, содержащие модуль.

Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную под знаком абсолютной величины. Методы решения: «раскрытие» модуля (т.е. использование определения); использование геометрического смысла модуля; использование равносильных преобразований; замена переменной.

3. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства.

Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную в основании логарифма. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени. Применение свойств логарифмической и показательной функции при решении уравнений и неравенств. Логарифмические и показательные уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств в задачах.

4. Решение уравнений и неравенств с использованием свойств, входящих в них функций.

Использование ОДЗ. Использование ограниченности и монотонности функции. Использование графиков функций. Метод интервалов для непрерывных функций. Применение производной при решении уравнений и неравенств. Теорема Лагранжа

5. Методы решения задач с параметром.

Дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром, приемы их решения. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром.

6. Задания повышенного и высокого уровня сложности, поиск идей и методов решения.

Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности. Логарифмические неравенства с неизвестными под знаком логарифма. Логарифмические неравенства с переменным основанием. Комбинированные неравенства. Нестандартные уравнения и неравенства с параметром. Исследование систем уравнений с параметром.

3. Тематическое планирование

№	Тема	Кол-во часов	Содержание
10 класс			
1	Нестандартные методы решения алгебраических уравнений.	9	Умножение уравнения на функцию. Использование симметричности уравнения. Использование суперпозиции функций. Исследование уравнения на промежутках действительной оси. Понижение степени при решении некоторых алгебраических уравнений.
2	Уравнения и неравенства, содержащие радикалы, степени.	8	Возведение в степень при решении иррациональных уравнений, умножение на функцию. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени. Решение смешанных уравнений и неравенств.
3	Методы решения тригонометрических уравнений и неравенств	9	Формулы тригонометрии. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Методы их решения. Период тригонометрического уравнения. Объединение серий решения тригонометрического уравнения, рациональная запись ответа. Аркфункции в нестандартных тригонометрических уравнениях. Тригонометрические уравнения в задачах. Преобразование тригонометрических выражений. Тригонометрические неравенства. Применение свойств тригонометрических функций при решении уравнений и неравенств. Тригонометрия в контрольно-измерительных материалах.
4	Решение линейных и квадратных неравенств с параметром.	3	Решение линейных неравенств с параметром, в том числе с дополнительными условиями. Решение квадратных неравенств с параметром. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром.
5	Решение нестандартных уравнений и неравенств из ЕГЭ	2	Решение линейных неравенств с параметром, в том числе с дополнительными условиями. Решение квадратных неравенств с параметром. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром.
6	Решение комбинированных уравнений и их систем.	2	
7	Семинар «Методы решения задач повышенного	1	

	уровня сложности»		
11 класс			
1	Общие методы решения алгебраических уравнений.	4	Замена уравнения $h(f(x)) = h(g(x))$ на уравнение $f(x)=g(x)$. Решение уравнения методом разложения на множители. Решение уравнения методом введения новой переменной. Функционально-графический метод. Решение нелинейных уравнений. Метод деления отрезка пополам. Метод касательных. Комбинированный метод хорд и касательных. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Методом Крамера. Методом Гаусса. Метод Зейделя.
2	Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную под знаком абсолютной величины.	5	Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную под знаком абсолютной величины. Методы решения: «раскрытие» модуля (т.е. использование определения); использование геометрического смысла модуля; использование равносильных преобразований; замена переменной.
3	Логарифмические и показательные уравнения и неравенства повышенной сложности.	5	Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную в основании логарифма. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени. Применение свойств логарифмической и показательной функции при решении уравнений и неравенств. Логарифмические и показательные уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств в задачах
4	Решение уравнений и неравенств с использованием свойств, входящих в них функций.	9	Использование ОДЗ. Использование ограниченности и монотонности функции. Использование графиков функций. Метод интервалов для непрерывных функций. Применение производной при решении уравнений и неравенств. Теорема Лагранжа
5	Методы решения задач с параметром	6	Дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром, приемы их решения. Примеры решения линейных и квадратных неравенств с параметром.
6	Задания повышенного и высокого уровня сложности, поиск идей и методов решения.	4	Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности. Логарифмические неравенства с неизвестными под знаком логарифма. Логарифмические неравенства с переменным основанием. Комбинированные неравенства. Нестандартные уравнения и неравенства с параметром. Исследование систем уравнений с параметром.
7	Семинар «Задания повышенного и высокого уровня сложности, поиск идей и методов решения»	1	

